

Let op: Gebruik bij goniometrische functies radialen, tenzij anders vermeld.

8 1.

Gegeven is de matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

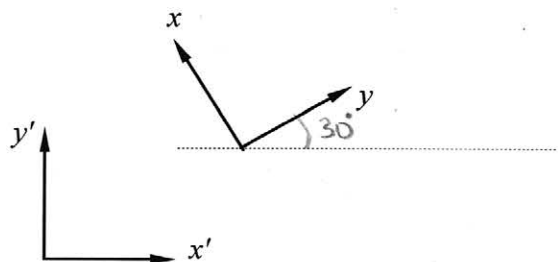
Van deze matrix kan de inverse matrix (A^{-1}) worden bepaald.

De som van de elementen van A^{-1} afgerond op twee cijfers achter de decimale punt, is gelijk aan...

- A. 0.12
- B. 0.67
- C. 1.12
- D. 1.33
- E. 1.67
- F. 2.12

9

2. Beschouw de assentransformatie zoals die hieronder getekend is. De oorsprong van het nieuwe $x'y'$ -stelsel (links) heeft in het originele xy -stelsel (rechts) de coördinaten $(0, -3)$. Verder is gegeven dat de positieve y -as een hoek van 30° maakt met de horizontale lijn.



Welke matrixoperator (in genormaliseerde homogene coördinaten, afgerond op drie cijfers achter de decimale punt) hoort bij deze assentransformatie?

- A. $\begin{pmatrix} 0.500 & 0.866 & 0.000 \\ -0.866 & 0.500 & 2.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0.500 & 0.866 & 1.732 \\ -0.866 & 0.500 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1.732 & 0.500 & 2.598 \\ -0.500 & 1.732 & 1.414 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 0.500 & 1.732 & 0.000 \\ -1.732 & 0.500 & 2.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 0.500 & 1.732 & 1.732 \\ -1.732 & 0.500 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$ F. $\begin{pmatrix} -0.500 & 0.866 & 2.598 \\ 0.866 & 0.500 & 1.500 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$

3.

Een tweedimensionaal voorwerp wordt eerst rond de oorsprong over 45° met de klok mee gedraaid en vervolgens verplaatst over een afstand +2 in zowel de x - als de y -richting. De beginpositie (A) en de eindpositie (B) zijn hieronder geschetst.



Stel dat de genormaliseerde homogene coördinaten van de hoekpunten van het object in de beginpositie bekend zijn. Welk van de onderstaande matrixproducten kan gebruikt worden om de coördinaten van deze punten te berekenen na transformatie?

A.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R \ T \rightarrow T \times R$

B.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

C.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

E.
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

F.
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.

Gegeven is de complexe uitdrukking: $z = \frac{-5-i}{2+3i}$

Het argument van z bedraagt...

- A. $\frac{1}{6} \pi$ rad
- B. $\frac{1}{4} \pi$ rad
- C. $\frac{1}{3} \pi$ rad
- D. $\frac{1}{2} \pi$ rad
- E. $\frac{2}{3} \pi$ rad
- F. $\frac{3}{4} \pi$ rad

5.

Gegeven is de Taylorreeksontwikkeling in de buurt van $x = x_0$:

$$f_b(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0)$$

Benader de functie

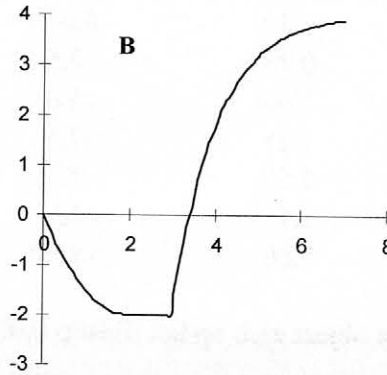
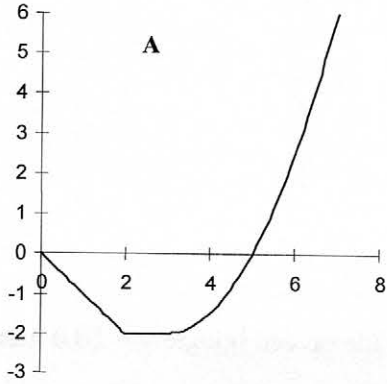
$$f(x) = e^{-2x}$$

met de eerste drie termen van deze reeksontwikkeling (dus van $k = 0$ t/m $k = 2$) in de buurt van $x = 0$ (dus: $x_0 = 0$). Bepaal van zowel de originele functie $f(x)$ als van haar benadering $f_b(x)$ de functiewaarde voor $x = 0.5$. De absolute waarde van het verschil tussen deze beide functiewaarden, afgerond op drie cijfers achter de decimale punt, bedraagt...

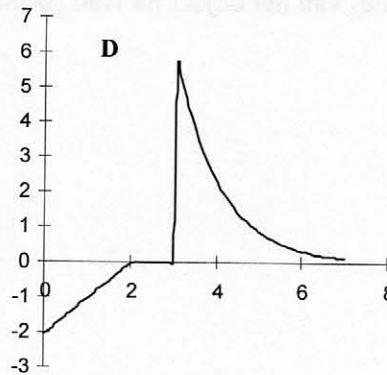
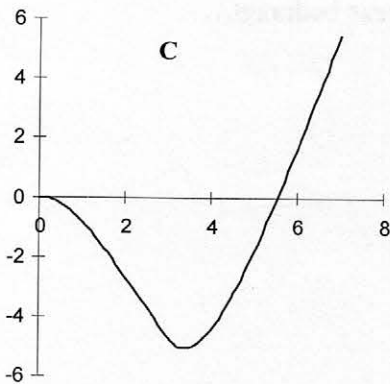
- A. 0.052
- B. 0.074
- C. 0.092
- D. 0.114
- E. 0.132
- F. 0.154

8 6.

Een onderzoeker heeft van een voorwerp de positie, de snelheid en de versnelling geregistreerd als functie van de tijd. De grafieken van deze gegevens zijn echter op zijn bureau door elkaar geraakt. Bovendien lag er op het bureau nog een vierde grafiek, die niets met de andere drie te maken heeft. Hieronder zijn de vier grafieken afgebeeld. Welke stelt respectievelijk de positie, de snelheid en de versnelling voor?



DB
B → 0



- | | | | |
|-----------|------------|-------------|----------------|
| A. | A: positie | D: snelheid | C: versnelling |
| B. | B: positie | C: snelheid | A: versnelling |
| C. | C: positie | A: snelheid | D: versnelling |
| D. | C: positie | B: snelheid | D: versnelling |
| E. | D: positie | B: snelheid | C: versnelling |
| F. | D: positie | A: snelheid | B: versnelling |

7.

Van een object dat over de verticale y -as beweegt, is gedurende een zekere tijd iedere 0.25 seconde de snelheid geregistreerd. Hieronder is een gedeelte van die gegevens weergegeven:

<u>tijd [s]</u>	<u>snelheid [m/s]</u>	
0.00	5.0	10 m
0.25	2.5	15 m
0.50	0.0	15 m
0.75	-2.5	10 m
1.00	-5.0	5 m
1.25	-7.5	0 m
1.50	-10.0	-5 m
1.75	-12.5	
2.00	-15.0	

Gegeven is dat het object zich op het tijdstip 0.00 seconde op een hoogte $y = 10.0$ meter bevond.

Bereken, gebruikmakend van de trapeziumregel met stapgrootte 0.50 seconde, de hoogte (de y -positie) van het object na 1.50 seconde. Deze bedraagt...

- A. 1.55 meter
- B. 2.50 meter
- C. 3.45 meter
- D. 4.35 meter
- E. 5.30 meter
- F. 6.25 meter

8.

Bepaal $y(t)$ uit: $y \frac{dy}{dt} = 6t$ met randvoorwaarde: $y(0) = 4$.

De waarde voor $y(2)$, afgerond op 2 cijfers achter de decimale punt, bedraagt...

- A. 1.27
- B. 2.28
- C. 3.29
- D. 4.30
- E. 5.31
- F. 6.32

8

9. Voor een voorwerp dat over de x -as beweegt, is de volgende differentiaalvergelijking opgesteld:

$$a + 2v = -4$$

Hierin $v = v(t)$ de snelheidsfunctie en $a = a(t)$ de versnellingsfunctie van het voorwerp. Bepaal de snelheidsfunctie $v(t)$ onder de randvoorwaarde dat $v(0) = 0$. Bereken vervolgens de snelheid op $t = 1$. Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt $v(1)$...

- A. -1.23
- B. -1.33
- C. -1.43
- D. -1.53
- E. -1.63
- F. -1.73

X

10. Beschouw de volgende differentiaalvergelijking:

$$2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 4 \frac{dy}{dt} - y = -t^2 + 8t + 2$$

Een particuliere oplossing voor deze differentiaalvergelijking is...

- ~~A. $y_p(t) = t^2 - 2t$~~
- ~~B. $y_p(t) = t^2 + 2t$~~
- ~~C. $y_p(t) = -t^2 + 4t$~~
- ~~D. $y_p(t) = -t^2 - 4t$~~
- E. $y_p(t) = t^2 + 2$
- F. $y_p(t) = t^2 - 4$

8 11.

Beschouw de differentiaalvergelijking: $y \frac{dy}{dt} = 6t$ met randvoorwaarde: $y(0) = 4$.

Bepaal met de methode van Euler de numerieke oplossing voor y op $t = 2$.

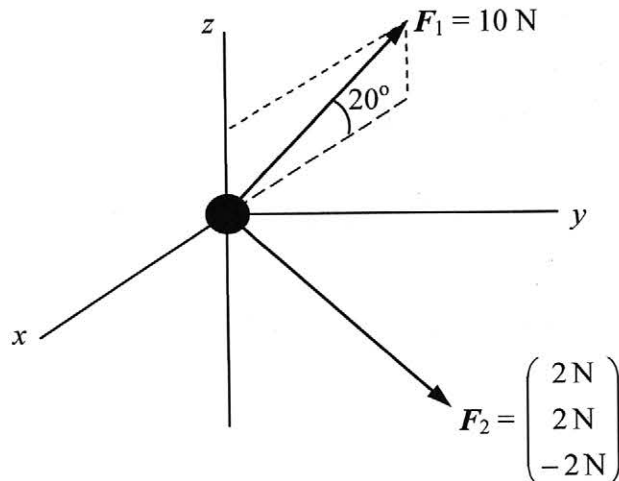
Gebruik daarbij een stapgrootte $h = 1$.

De aldus berekende waarde voor $y(2)$ bedraagt exact...

- A. 1.5
- B. 2.5
- C. 3.5
- D. 4.5
- E. 5.5
- F. 6.5

X 12.

Op een voorwerp werken op een zeker tijdstip twee krachten: F_1 en F_2 (zie figuur, N staat voor Newton, de eenheid voor kracht). De kracht F_1 ligt in het xz -vlak, wijst naar achteren en maakt met de negatieve x -as een hoek van 20° . Van kracht F_2 zijn de kentallen (Engels: *elements*) gegeven. Bepaal, gebruik makend van de gegevens in de figuur, de grootte van de resulterende kracht op dat tijdstip.



De grootte van de resulterende kracht, afgerond op 1 cijfer achter de decimale punt bedraagt...

- A. 7.0 N
- B. 7.4 N
- C. 7.8 N
- D. 8.2 N
- E. 8.6 N
- F. 9.0 N

8 13.

Van een voorwerp wordt de positie gegeven door de vectorfunctie: $r(t) = \begin{pmatrix} 7 + 4t \\ 2 - 2t \\ 5 + 6t - 5t^2 \end{pmatrix}$

Bereken op $t = 1.5$ seconde de (kleinste) hoek tussen de snelheidsvector en de y -as (in graden). Afgerond op 1 cijfer achter de decimale punt bedraagt deze hoek...

- A. 71.5°
- B. 81.5°
- C. 91.5°
- D. 101.5°
- E. 111.5°
- F. 121.5°

8 14.

Bij een proefpersoon vormt de lijn l de lengteas van het rechter bovenbeen en de lijn m die van het linker bovenbeen. Op een zeker tijdstip zijn de parametervoorstellingen voor de lijnen l en m :

$$l: r = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad m: r = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Bereken op dat tijdstip de (kleinste) hoek tussen de beide bovenbenen. Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt deze hoek...

- A. 0.11 radialen
- B. 0.22 radialen
- C. 0.33 radialen
- D. 0.44 radialen
- E. 0.55 radialen
- F. 0.66 radialen

