

**AFDELING DER BEWEGINGSWETENSCHAPPEN, VRIJE UNIVERSITEIT AMSTERDAM
TENTAMEN BIOMECHANICA 2016-2017, DEEL 1, 28 MAART 2017, VERSIE A**

Naam: Studentnummer:

INSTRUCTIE

- Dit is een gesloten boek tentamen
 - Gebruik van een gewone (*geen grafische*) rekenmachine is toegestaan
 - Gebruik van enig ander hulpmiddel is NIET toegestaan
 - Schakel je telefoon volledig uit
 - Beschikbare tijd: 90 minuten (anderhalf uur)
 - Beschikbare tijd voor studenten met recht op extra tijd: 105 minuten (een uur en drie kwartier)
 - DEEL A bestaat uit waar/onwaar stellingen
 - DEEL B bestaat uit vraagstukken waarbij alleen het eindantwoord moet worden gegeven
 - DEEL C bestaat uit open vraagstukken waarbij ook de uitwerking moet worden gegeven
 - Verdeel de beschikbare tijd verstandig over de vraagstukken
 - Lees elk vraagstuk goed door voordat je met beantwoording begint
 - Heb je een vraag over een vraagstuk, stel deze vraag dan!
 - Vergeet niet naam en studentnummer in te vullen op elke pagina
 - Leg je collegekaart goed zichtbaar op tafel
- CONTROLEER DAT DIT TENTAMENFORMULIER BESTAAT UIT 5 PAGINA'S
- SLA HET TENTAMEN PAS OPEN WANNEER DAAR TOESTEMMING VOOR GEGEVEN WORDT
- LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$.

DEZE TABEL IS VOOR ADMINSTRATIEVE DOELEINDEN; NIET INVULLEN!

AAA	BBB	CCC	DDD	EEE	FFF	GGG	HHH	III	JJJ	KKK	LLL

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

**AFDELING BEWEGINGSWETENSCHAPPEN, VRIJE UNIVERSITEIT AMSTERDAM
TENTAMEN BIOMECHANICA 2016-2017, DEEL 1, 28 MAART 2017, VERSIE A**

Naam: Studentnummer:

DEEL A: WAAR/ONWAAR VRAGEN (DIT DEEL BEPAALT 1/3 DEEL VAN HET CIJFER)

Instructie: lees elk van de volgende stellingen aandachtig door. Besluit of de stelling waar (W) of onwaar (O) is. Vul je antwoord in, **in de tabel onderaan de lijst met stellingen**; vul een W in voor waar, vul een O in voor onwaar.

1. Een onvervormbare staaf beweegt in een 2D ruimte. Eén uiteinde van de staaf is door een scharnier verbonden met de wereld; dit uiteinde staat per definitie stil. Dit systeem heeft twee vrijheidsgraden.
2. Punt P beweegt over een rechte lijn, waarbij gegeven is dat de bewegingsrichting nooit omdraait. De grootte van de gemiddelde snelheid over een willekeurig tijdsinterval is dan gelijk aan de afgelegde weg over dat tijdsinterval, gedeeld door de duur van dat tijdsinterval.
3. Punten P en Q zijn onderdeel van een onvervormbaar lichaam dat beweegt in een 2D ruimte. De afstand tussen P en Q is ongelijk aan nul. Op elk tijdstip waarop de snelheidsvectoren van P en Q identiek zijn, is de hoeksnelheid van het onvervormbare lichaam nul.
4. Punt P maakt een cirkelbeweging in een 2D ruimte, waarbij de snelheidsgrootte lineair toeneemt met de tijd. De versnellingsvector is dan altijd langs de baan gericht.
5. Punt P beweegt in een 2D ruimte. Als de versnellingsvector van P steeds loodrecht staat op de snelheidsvector van P , dan is de grootte van de snelheidsvector constant.
6. Op een rigid body werken slechts twee krachten; deze krachten zijn even groot maar tegengesteld gericht. De som van de momenten is dan altijd gelijk aan nul.
7. Een hoogspringer maakt een succesvolle sprong over de lat: de lat blijft liggen. Het is mogelijk dat daarbij het massamiddelpunt van de hoogspringer onder de lat door beweegt.
8. Een massaloze lineaire veer wordt in geval 1 uitgerekt van lengte L_1 naar lengte L_2 en in geval 2 uitgerekt van lengte L_3 naar lengte L_4 . Als $L_2 - L_1 = L_4 - L_3$, dan is de krachtstoename in beide gevallen gelijk.
9. Een kracht die volledig afhangt van de heersende snelheid wordt een visceuze kracht genoemd.
10. Een blokje glijdt langs een helling naar beneden. De contactwrijvingskracht op het blokje is groter naarmate de helling steiler is.

... ZIE VOLGENDE PAGINA VOOR DEEL B ...

Instructie: vul in de tabel hieronder voor elke stelling van DEEL A een W in voor waar of een O voor onwaar; toelichting is niet nodig!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**AFDELING BEWEGINGSWETENSCHAPPEN, VRIJE UNIVERSITEIT AMSTERDAM
TENTAMEN BIOMECHANICA 2016-2017, DEEL 1, 28 MAART 2017, VERSIE A**

Naam: Studentnummer:

DEEL B: BASISVAARDIGHEIDSVRAGEN (DIT DEEL BEPAALT 1/3 DEEL VAN HET CIJFER; ELK ONDERDEEL WEEGT HIER EVEN ZWAAR)

Instructie: lees elk van de volgende opgaven aandachtig door. Vul alleen het antwoord in, **in de tabel onderaan dit deel van het tentamen**; toelichting is niet nodig. Bij de beoordeling wordt uitsluitend naar het antwoord gekeken; wees dus zeer zorgvuldig bij het rekenwerk! Denk goed na over het teken van je antwoord, en over het verschil tussen een getal en een vector!

LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$.

11. Een puntlichaam P beweegt over een rechte lijn. Voor de versnelling geldt $a_P(t) = 5.00 - \frac{5.00}{t^2}$. Bereken over het tijdsinterval $5.00 \leq t \leq 8.00 \text{ s}$ de gemiddelde versnelling, in m/s^2 . (Geef 2 decimalen.)

12. Een puntlichaam beschrijft een cirkelbeweging in het x - O - y vlak. Op een zeker tijdstip geldt $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} \text{ m/s}$, $\vec{a} = \begin{bmatrix} 4.00 \\ 5.00 \end{bmatrix} \text{ m/s}^2$. Bereken de straal van de cirkel, in meters. (Geef 2 decimalen.)

13. Een systeem bestaat uit drie puntmassa's A , B , C . Er geldt $m_A = 1.00 \text{ kg}$, $m_B = 2.00 \text{ kg}$, $m_C = 3.00 \text{ kg}$. Op een zeker tijdstip geldt voor de positie:

$$\vec{r}_A = \begin{bmatrix} 4.00 \\ 5.00 \end{bmatrix} \text{ m}, \vec{r}_B = \begin{bmatrix} 6.00 \\ 7.00 \end{bmatrix} \text{ m}, \vec{r}_C = \begin{bmatrix} 8.00 \\ 9.00 \end{bmatrix} \text{ m}$$

Bereken de x -coördinaat van het massamiddelpunt van dit systeem, in meters. (Geef 2 decimalen.)

14. Een puntmassa P met $m = 5.00 \text{ kg}$ beweegt in een horizontaal vlak. Op P werkt de kracht van een massaloze lineaire veer; er zijn geen andere krachten. Het andere uiteinde van de veer bevindt zich in de oorsprong van het x - O - y assenstelsel. De veer heeft een rustlengte van 1.00 m en een stijfheid van 100.00 N/m . Op een zeker tijdstip geldt voor de positie en de snelheid van P :

$$\vec{r}_P = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 3.00 \end{bmatrix} \text{ m}, \vec{v}_P = \begin{bmatrix} 4.00 \\ 5.00 \end{bmatrix} \text{ m/s}$$

Bereken de grootte van de versnelling van P , in m/s^2 . (Geef 2 decimalen.)

... ZIE VOLGENDE PAGINA VOOR DEEL C ...

Instructie: vul in de tabel hieronder voor elke vraag van DEEL B het door jou berekende antwoord in; toelichting is niet nodig!

11	12	13	14

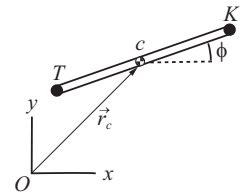
Naam: Studentnummer:

DEEL C: TOEPASSINGSVRAGEN (DIT DEEL BEPAALT 1/3 DEEL VAN HET CIJFER); ELK ONDERDEEL WEEGT HIER EVEN ZWAAR

Instructie: Beantwoord deze vraagstukken OP DIT FORMULIER, direct onder elke deelvraag. Geef kort maar duidelijk aan hoe je tot het antwoord bent gekomen; doe je best om je antwoord steeds in strikt mechanische termen te formuleren; de goede aanpak levert hier punten op!

LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$

15. Een zwemmer duikt van het startblok. We modelleren de zwemmer tijdens het eerste deel van de vluchtfase (de fase vanaf het verlaten van het startblok tot aan het raken van het water) als een onvervormbare staaf met uiteinden T (teen) en K (kruin, dit is de bovenkant van het hoofd). De afstand TK is gelijk aan 1.8 m; het massamiddelpunt c ligt halverwege TK . We verwaarlozen luchtwrijving. We beschouwen de zwemmer in zijaanzicht ten opzichte van een x - O - y assenstelsel waarvan de y -as tegen de zwaartekracht in wijst, zie bijgaande figuur. We beschrijven de positie van de zwemmer als functie van de tijd met $\vec{r}_c(t)$ (in m) en $\phi(t)$ (in rad), zie figuur. Er geldt:



$$\vec{r}_c(t) = \begin{bmatrix} 2 \cdot t \\ 2 \cdot t - 5 \cdot t^2 \end{bmatrix}, \phi(t) = 0.3 - 1.5 \cdot t$$

15a. Bereken de snelheidsvector van de kruin \vec{v}_K op $t = 0.3 \text{ s}$.

15b. Er is één tijdstip tijdens de vluchtfase van deze zwemmer waarop de tijdsafgeleide van de grootte van de snelheidsvector van c gelijk is aan nul. Vul aan: het bijzondere aan dit tijdstip is dat; licht je antwoord toe in strikt mechanische termen.

AFDELING BEWEGINGSWETENSCHAPPEN, VRIJE UNIVERSITEIT AMSTERDAM
TENTAMEN BIOMECHANICA 2016-2017, DEEL 1, 28 MAART 2017, VERSIE A

Naam: Studentnummer:

VERVOLG DEEL C: TOEPASSINGSVRAGEN

Instructie: Beantwoord deze vraagstukken OP DIT FORMULIER. Geef kort maar duidelijk aan hoe je tot het antwoord bent gekomen; doe je best om je antwoord steeds in strikt mechanische termen te formuleren; de goede aanpak levert hier punten op!

LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$

16. Een badmintonshuttle beweegt door stilstaande lucht. We beschouwen twee situaties. In situatie 1 laten we de shuttle op $t = 0 \text{ s}$ met beginsnelheid nul vallen in verticale richting; de shuttle bereikt uiteindelijk een constante (verticale) snelheid waarvan de grootte gelijk is aan 7 m/s . In situatie 2 slaan we de shuttle weg in horizontale richting; direct na het wegslaan ($t = 0 \text{ s}$) is de snelheid gelijk aan 7 m/s . De luchtwrijvingsconstante heeft in beide situaties dezelfde waarde. De massa van de shuttle is gelijk aan 0.005 kg .

16a. Bereken de luchtwrijvingsconstante van de shuttle.

16b. Bereken of beredeneer in strikt mechanische termen wat de grootte van de horizontale versnelling van de shuttle is in situatie 2 op $t = 0 \text{ s}$.

ANTWOORDEN EN UITWERKING

DEEL A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O	W	W	O	W	O	W	W	W	O

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

DEEL B

11	12	13	14
4.88 m/s ²	1.80 m	6.67 m	43.25 m/s ²

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

11.

Uit de gegeven versnelling volgt $v(t) = 5.00 \cdot t + 5.00 \cdot t^{-1} + c$.

Dan geldt $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40.00+5.00/8.00-25.00-5.00/5.00}{8.00-5.00} \approx 4.88 \text{ m/s}^2$.

12.

Bij een cirkelbeweging met straal R geldt: $|\vec{a}_{cp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$.

In dit geval staat \vec{v} in de x -richting, dus $|\vec{a}_{cp}| = |\vec{a}_y| = 5.00 \text{ m/s}^2$.

We vinden nu voor de straal: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_{cp}|} = \frac{9.00}{5.00} = 1.80 \text{ m}$.

13. $r_{c,x} = \frac{m_A \cdot r_{A,x} + m_B \cdot r_{B,x} + m_C \cdot r_{C,x}}{m_A + m_B + m_C} = \frac{1.00 \cdot 4.00 + 2.00 \cdot 6.00 + 3.00 \cdot 8.00}{1.00 + 2.00 + 3.00} \approx 6.67 \text{ m}$

14. Free body: P ; krachten: veerkracht. Krachtenvergelijking:

$\vec{F}_{veer} = m \cdot \vec{a}_P$. Hieruit volgt: $|\vec{a}_P| = \frac{|\vec{F}_{veer}|}{m}$.

Voor de veer vinden we: $L_{veer} = \sqrt{3.00^2 + 1.00^2} = \sqrt{10.00}$; $|\vec{F}_{veer}| = 100.00 \cdot (\sqrt{10} - 1.00) \approx 216.23$;

Invullen levert nu:

$|\vec{a}_P| = \frac{|\vec{F}_{veer}|}{m} = \frac{100.00 \cdot (\sqrt{10} - 1.00)}{5} \approx 43.25 \text{ m/s}^2$.

DEEL C

15a.

Er geldt $\vec{v}_K = \vec{v}_c + \vec{v}_{K/c}$. Het eerste deel wordt gevonden door de plaatsvector \vec{r}_c naar tijd te differentiëren; het tweede deel volgt uit het feit dat K een cirkelbeweging beschrijft t.o.v. c , met een straal van $1.8/2=0.9 \text{ m}$. We vinden:

$$\vec{v}_c(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 - 10 \cdot t \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_{K/c}(t) = r \cdot \dot{\phi} \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix} = 0.9 \cdot (-1.5) \cdot \begin{bmatrix} -\sin(0.3 - 1.5 \cdot t) \\ \cos(0.3 - 1.5 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Combineren en invullen van $t = 0.3$ levert:

$$\vec{v}_K(0.3) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 - 10 \cdot 0.3 \end{bmatrix} + 0.9 \cdot (-1.5) \cdot \begin{bmatrix} -\sin(0.3 - 1.5 \cdot 0.3) \\ \cos(0.3 - 1.5 \cdot 0.3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 1.35 \cdot \begin{bmatrix} -\sin(-0.15) \\ \cos(-0.15) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1.798 \\ -2.335 \end{bmatrix} \text{ m/s}$$

15b.

De tijdsafgeleide van de grootte van de snelheid is hetzelfde als de tangentiële versnelling; op het tijdstip waarop deze nul is, moeten de versnellingsvector en de snelheidsvector loodrecht op elkaar staan. Uit de gegevens volgt dat de horizontale versnelling van c nul is; de versnelling van c is dus steeds verticaal gericht. Dat betekent dat de snelheidsvector op het gevraagde tijdstip precies horizontaal gericht moet zijn; de verticale snelheid van c moet op dit tijdstip dus gelijk zijn aan nul. Dit doet zich voor op het tijdstip waarop de verticale snelheid overgaat van positief naar negatief; dat is ook het tijdstip waarop de verticale positie van c een maximum heeft.

16a.

Free body: badmintonshuttle; daarop werken in y -richting zwaartekracht en luchtwrijvingskracht. Krachtenvergelijking in y -richting:

$$F_{lucht,y} + G_y = m \cdot a_{c,y}$$

In situatie 1 is de verticale snelheid uiteindelijk constant en de verticale versnelling dus nul. Invullen:

$$-c_{lucht} \cdot v_{c,y} \cdot |\vec{v}_c| + 0.005 \cdot (-10) = 0$$

Oplossen voor c_{lucht} :

$$c_{lucht} = \frac{0.05}{7.7} \approx 0.00102 \text{ kg/m}$$

16b.

We noemen begintijdstip t_0 en het tijdstip in situatie 1 waarop de valsnelheid (bijna) constant is geworden t_1 .

In situatie 2 op t_0 is de snelheid gelijk aan de eindsnelheid in situatie 1; dus:

$$|\vec{F}_{lucht,situatie-1,t_1}| = |\vec{F}_{lucht,situatie-2,t_0}|$$

Verder geldt:

$$|\vec{F}_{lucht,situatie-1,t_1}| = |\vec{G}|$$

Combineren van deze feiten levert:

$$|\vec{F}_{lucht,situatie2,t_0}| = |\vec{G}|$$

En dus wordt de krachtenvergelijking in horizontale richting op t_0 in situatie 2, in termen van groottes van variabelen:

$$|m \cdot \vec{g}| = m \cdot |a_{shuttle,x}| \text{ en dus } |a_{shuttle,x}| = |\vec{g}| \text{ en dus } |a_{shuttle,x}| \approx 10 \text{ m/s}^2.$$